

**A PROPOSITO DELL'ARTICOLO SULLA
«INDIFFERENZA AL MOMENTO
DELL'EQUILIBRIO FINANZIARIO»:
UNA RISPOSTA, E QUALCHE OSSERVAZIONE.**

di Fabrizio CACCIAFESTA*

Approfondimenti
fascicolo 3/2023

*Già Professore Ordinario di Matematica finanziaria presso l'Università di Roma "Tor Vergata".

Rivista di Diritto del Risparmio

APPROFONDIMENTI

A proposito dell'articolo sulla «indifferenza al momento dell'equilibrio finanziario»: una risposta, e qualche osservazione.*

di Fabrizio CACCIAFESTA**

* Contributo approvato dai *referee*.

** Già Professore Ordinario di Matematica finanziaria presso l'Università di Roma "Tor Vergata".

A proposito dell'articolo sulla «indifferenza al momento dell'equilibrio finanziario» : una risposta, e qualche osservazione.

A cura di Fabrizio CACCIAFESTA.

SOMMARIO: 1. Introduzione. – 2. Prestiti AFS e portafogli di ZCB. – 3. Inesistenza dei prestiti tipo ZCB. – 4. Ammortamento "alternativo" di un ZCB (virtuale). – 5. Qualche commento. - 6. Inutilizzabilità dell'interesse semplice per valutazioni razionali.

1. Introduzione.

Nel fascicolo di "approfondimenti" n. 1/2023 di questa Rivista, compare un articolo di G. Aretusi (*A proposito dell'indifferenza al momento dell'equilibrio finanziario*: nel seguito, "l'Autore" e "l'articolo") che affronta un argomento, quello degli ammortamenti progressivi dei prestiti, di grande importanza pratica e di estrema attualità. In data 6 settembre 2023, la Corte di Cassazione ha infatti disposto l'esame dell'ordinanza di remissione (n. 9585/2023) emessa dal Tribunale di Salerno a proposito di una causa in materia. Per critici che si possa essere sul contenuto dell'ordinanza¹, la speranza è che il pronunciamento della Corte riesca almeno a stabilire un orientamento comune per tutti i Tribunali della Repubblica. Orientamento comune che, ad oggi, ancora manca, anche perché alcuni aspetti tecnici matematici restano ancora non ben compresi da alcuni.

Molti sarebbero i punti dell'articolo da discutere. Intendiamo però soffermarci soprattutto sulla parte di esso che ci chiama direttamente in causa; sia di persona, sia in quanto cofirmatario del Rapporto scientifico sull'argomento che l'Associazione per la Matematica Applicata alle Scienze Economiche e Sociali ha pubblicato nel 2022². La nota 26 (pag. 24) dell'articolo è dedicata ad un commento, legittimamente critico, di tale rapporto. Secondo l'Autore, la tesi in esso sostenuta, che nell'ammortamento francese standard (d'ora

¹ Chi scrive, la ha commentata in *Un'ordinanza fondata su un equivoco (l'ammortamento francese secondo il Tribunale di Salerno)*, IL CASO.it 23 ottobre 2023 [Articolo 2119]

² *Anatocismo nei piani di ammortamento standardizzati tradizionali*: <https://www.amases.org/rapporto-scientifico-2022-01>. Ricordiamo che l'Amases è l'associazione cui appartengono, tra gli altri, la quasi totalità dei docenti italiani di Matematica Finanziaria, ed è l'interlocutrice ufficiale del Consiglio Universitario Nazionale per le questioni inerenti quella disciplina.

in avanti: AFS) non vi sia anatocismo, è *insostenibile* perché esso è presente nei *prestiti elementari* che lo *compongono*³.

Argonteremo nel par. 2, attraverso l'esame di un esempio presente nell'articolo, che vi è, sì, equivalenza finanziaria tra un prestito AFS ed un portafoglio di prestiti in interesse composto; ma essa si ferma al livello dei flussi di cassa, e non vale certamente a dedurre qualcosa sulla modalità di svolgimento del prestito. Modalità che sarà facile mostrare essere quella dell'interesse semplice con pagamento periodico degli interessi, che esclude ogni possibilità di formazione di interessi anatocistici.

Discuteremo poi, nei parr. 3 e 4, della reale esistenza e natura dei *prestiti elementari* considerati dall'Autore. Il par. 5 sarà dedicato ad alcune brevi puntualizzazioni, rese necessarie da sue affermazioni relative alla vita interna dell'Amases.

Il rilievo che, nell'articolo, è dato all'impiego dell'interesse semplice nelle valutazioni, ha infine suggerito di presentare, nel par. 6, le ragioni che rendono detto regime del tutto inadatto a quello scopo.

2. Prestiti AFS e portafogli di ZCB.

Per affrontare nel modo più semplice la questione centrale, del rapporto tra un prestito AFS ed un portafoglio di prestiti evidentemente anatocistici, riprendiamo l'esempio dell'Autore: quello del prestito di 1.000 euro, da rimborsare con 4 annualità uguali (dunque, "alla francese") e da remunerare al 10% annuo. La rata che egli calcola, 315,47, è quella in genere ottenuta con una formula in interesse composto; la si potrebbe però ricavare, sia pure meno comodamente, per una strada che evita questo compromettente utilizzo. Ecco il piano di ammortamento come si legge nei testi di Matematica Finanziaria e come è proposto dagli istituti bancari:

³ Tutti i corsivi sono citazioni letterali dall'articolo.

Tabella 1: Un prestito in AFS

anno	pagamenti			debito
	inter.	capit.	totale	residuo
1	100	215,47	315,47	784,53
2	78,45	237,02	315,47	547,51
3	54,75	260,72	315,47	286,79
4	28,68	286,79	315,47	0

Esaminiamo ora la importante relazione (2) dell'articolo, particularizzandola al nostro caso. Essa diventa:

$$(1) \quad 1.000 = \frac{315,47}{1,1} + \frac{315,47}{1,1^2} + \frac{315,47}{1,1^3} + \frac{315,47}{1,1^4}$$

uguaglianza, che è suscettibile di diverse, interessanti letture.

La prima, molto formale: 10% è il tasso annuo effettivo del prestito. Approfittiamo per rimarcare il fatto, notevolissimo, che esso coincide dunque con il TAN: e questo non accade solo, casualmente, in questo caso, ma è vero per tutti i prestiti AFS quando la cadenza dei pagamenti sia annua, e lo è sempre a livello di tassi non annui, ma periodali. Alcuni commentatori, e purtroppo alcuni giudici, sono invece convinti che questa modalità determini un surrettizio aggravamento degli oneri rispetto a quelli pattuiti.

La seconda lettura, più sostanziale: se si valuta in interesse composto al tasso del 10% annuo, 1.000 euro "subito" equivalgono a quattro rate annue posticipate da 315,47. Il che, a sua volta, significa che un operatore abituato ad investire a quel tasso è disposto a concedere quel prestito (o ad assumere quel debito), perché 1.000 è (per lui!) il valore del flusso {315,47; 315,47; 315,47; 315,47}. Per questa ragione, la (1) è spesso detta "relazione di equivalenza in interesse composto".

La terza lettura è molto simile alla precedente: se si investono 1.000 al 10% in interesse composto, si può ottenere lo stesso flusso di entrate garantite, alternativamente, dal prestito. Questa lettura è alla base dell'equivoco di chi sostiene che, dunque, l'ammortamento francese si svolge in interesse composto. Abbiamo altre volte fatto notare che due operazioni

possono essere finanziariamente equivalenti (dar luogo a flussi di entrate/uscite uguali) pur essendo del tutto diverse da altri, importantissimi, punti di vista. Una rapina può essere finanziariamente equivalente ad un'attività onesta, ma resta illegittima. Così, l'ammortamento francese resta un'operazione che si svolge in interesse semplice con pagamento periodico degli interessi e rimborso progressivo (lo confermeremo tra poco), anche se genera le stesse entrate/uscite di un impiego in interesse composto.

La quarta possibile lettura della (1) è che essa presenta il prestito decomposto, in modo naturale, in quattro sottoprestiti del tipo "zero coupon bond (d'ora in avanti: ZCB) in interesse composto", di diverse durate ma tutti allo stesso tasso. Si tratta dei *prestiti elementari* dell'Autore: essi prevedono, da parte del debitore, l'unico pagamento finale dell'intero montante, in interesse composto, della somma mutuata. I loro rispettivi piani d'ammortamento sono raccolti nella seguente tabella:

Tabella 2 – Quattro "sottoprestiti" tipo ZCB in interesse composto

sottoprestito n. 1

<i>anno</i>	<i>pagamenti</i>			<i>debito finale</i>		
	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>
0	0	0	0	0	286,79	286,79
1	28,68	286,79	315,47	0	0	0

sottoprestito n. 2

<i>anno</i>	<i>pagamenti</i>			<i>debito finale</i>		
	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>
0	0	0	0	0	260,72	260,72
1	0	0	0	26,07	260,72	286,79
2	54,75	260,72	315,47	0	0	0

sottoprestito n. 3

<i>anno</i>	<i>pagamenti</i>			<i>debito finale</i>		
	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>
0	0	0	0	0	237,02	237,02
1	0	0	0	23,70	237,02	260,72
2	0	0	0	49,77	237,02	286,79
3	78,45	237,02	315,47	0	0	0

sottoprestito n. 4

<i>anno</i>	<i>pagamenti</i>			<i>debito finale</i>		
	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>
0	0	0	0	0	215,47	215,47
1	0	0	0	21,55	215,47	237,02
2	0	0	0	45,25	215,47	260,72
3	0	0	0	71,32	215,47	286,79
4	100	215,47	315,47	0	0	0

Ciascun sottoprestito (a parte il primo, la cui durata annuale non consente di distinguere le diverse alternative) si svolge in interesse composto: nel senso preciso che si rileva, durante il suo svolgimento, produzione di interessi da interessi.

La tabella 3, ottenuta componendo le quattro contenute nella tabella 2, riassume pagamenti e debiti corrispondenti al portafoglio formato dai sottoprestiti.

Tabella 3 – Il portafoglio dei quattro sottoprestiti

<i>anno</i>	<i>pagamenti</i>			<i>debito finale</i>		
	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>
0	0	0	0	0	1.000	1.000
1	28,68	286,79	315,47	71,32	713,21	784,53
2	54,75	260,72	315,47	95,02	452,49	547,51
3	78,45	237,02	315,47	71,32	215,47	286,79
4	100	215,47	315,47	0	0	0

Non vi è nessun dubbio che l'operazione consistente nel prestare 1.000 euro e venire rimborsati secondo la modalità descritta in questa tabella si svolga in interesse composto: al termine di ogni anno risultano degl'interessi generati e non pagati, che ne generano di nuovi, anatocistici, nell'anno successivo.

Torniamo ora a considerare il piano d'ammortamento per il prestito AFS; per facilitare il confronto che stiamo per effettuare, arricchiamo la tabella 1, che è quella abitualmente usata, con elementi che in genere non si considerano perché del tutto inutili.

Tabella 4: Un prestito in AFS

<i>anno</i>	<i>pagamenti</i>			<i>debito finale</i>		
	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>
0	0	0	0	0	1.000	1.000
1	100	215,47	315,47	0	784,53	784,53
2	78,45	237,02	315,47	0	547,51	547,51
3	54,75	260,72	315,47	0	286,79	286,79
4	28,68	286,79	315,47	0	0	0

Uno sguardo a questa tabella permette subito di escludere che, nel corso dell'operazione, vi possa essere generazione di interessi da interessi: la colonna del debito per interessi evidenzia che tutti quelli annualmente generati vengono via via pagati, ed è al di fuori di ogni logica

pensare che, scomparsi (per così dire) dalla scena, possano svolgere un ruolo attivo nella formazione di nuovi interessi. Come sanno tutti coloro che conoscono la definizione dell'interesse composto, questo basta per escludere che l'operazione di prestito si svolga in questo regime.

Se, ora, si confrontano le tabelle 3 e 4, è facile rilevare che esse coincidono solo per quanto riguarda le due colonne dei totali (pagamenti, e debito finale), ma differiscono per il resto.

La soluzione al problema proposto dall'Autore, o (se si preferisce) la risposta alla critica che egli formula nei riguardi della Commissione Amases, è dunque che certamente l'operazione consistente nell'acquistare (o vendere) il portafoglio dei quattro sottoprestiti ZCB si svolge in interesse composto; ma essa non è quella che si effettua quando si stipula un prestito AFS. Le due operazioni producono gli stessi flussi di cassa ed hanno lo stesso tasso di rendimento effettivo. La prima, però, si svolge in interesse composto, ed in essa si osserva la produzione di interessi anatocistici; la seconda si svolge in interesse semplice con pagamento periodico degli interessi, e non presenta alcuna traccia di anatocismo.

3. Inesistenza dei prestiti tipo ZCB.

È importante osservare che i *prestiti elementari* visti nel precedente paragrafo, ossia i ZCB in interesse composto, sono puramente virtuali: esistono sulle carte dei matematici, come utili strumenti per elaborazioni teoriche, ma non sono mai applicati nella vita reale. La semplicissima ragione è che si tratta di contratti a forte rischio di illegittimità, perché presentano produzione di interessi da interessi con solare evidenza.

Qualche precisazione è d'obbligo.

È certo possibile che due operatori si accordino per scambiarsi 100 euro oggi contro 121 tra due anni. In questa situazione, se vogliono formalizzare la cosa, scriveranno che il prestito è uno ZCB in interesse semplice al 10,50% annuo. Scriverebbero trattarsi di uno ZCB in interesse composto al 10% soltanto per ignoranza (o per malizia del prenditore, che vuole preconstituirsì una ragione di azione giudiziaria).

L'obiezione che quello scambio configura comunque, in sé, un prestito in interesse composto al tasso effettivo del 10% può provenire solo da chi non abbia capito che altro è valutare un prestito, altro è progettarlo. Tutti i prestiti vanno, per norma di legge, valutati

usando come "metrica" l'interesse composto; norma, aggiungiamo, assai saggia, perché recepisce l'insegnamento della Matematica Finanziaria essere quello l'unico strumento ragionevolmente impiegabile per calcolare un "valore". Torneremo nel par. 6 su questa importante questione.

Né vale osservare, a proposito della inesistenza nella realtà di prestiti tipo ZCB in interesse composto, che titoli senza cedole sono negoziati in tutte le Borse valori. Chi ne acquista uno subentra in un rapporto di credito/debito per il quale non è stato certo stipulato, quando il titolo fu emesso, un contratto che prevedesse un certo tasso di remunerazione: erano solo noti prezzo d'acquisto e valore di rimborso (oltre alla durata). La situazione è dunque la stessa del precedente esempio dello scambio 100 contro 121, e lo stesso è il commento.

L'affermazione con la quale concludiamo il par. 2 va dunque corretta nei seguenti termini:

certamente l'operazione consistente nell'acquistare (o vendere) il portafoglio dei quattro ZCB si svolgerebbe in interesse composto, se la si potesse effettuare; ma essa non sarebbe, comunque, quella che si svolge quando si stipula un prestito ad AFS.

4. Ammortamento "alternativo" di un ZCB (virtuale).

Un'altra osservazione non priva d'interesse. Per i sotto prestiti, ed in generale per i ZCB in interesse composto, l'Autore (si veda la sua tabella 2) preferisce una rappresentazione diversa da quella da noi considerata (e che ci risulta essere quella assolutamente standard). Eccola, applicata ad esempio al terzo dei sottoprestiti nella nostra tabella 2:

Tabella 5 – Il sottoprestito n. 3: ammortamento "alternativo"

<i>anno</i>	<i>pagamenti</i>			<i>debito finale</i>		
	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>	<i>inter.</i>	<i>capit.</i>	<i>totale</i>
0	0	0	0	0	237,02	237,02
1	23,70	-23,70	0	0	260,72	260,72
2	26,07	-26,07	0	0	286,79	286,79
3	28,68	268,79	315,47	0	0	0

La logica è qui che, alla fine del primo anno, il debitore paga i 23,70 euro d'interessi maturati contraendo un nuovo debito: questo è l'ovvio significato del pagamento negativo nella terza colonna. Il debito complessivo sale con ciò a 260,72, e genera alla fine del secondo anno un debito di 26,07 euro d'interessi, di nuovo pagati con un nuovo, terzo debito. I tre debiti (l'iniziale, e i due aggiuntivi) sono rimborsati alla fine del terzo anno, assieme agli interessi da essi generati nell'anno. Sono tutti allo stesso tasso, ma non necessariamente con la stessa controparte.

Per il bilancio del finanziato, questa impostazione equivale evidentemente alla nostra: le uscite annuali sono le stesse, e così il livello dell'esposizione debitoria. Vi sono però delle differenze sul piano fiscale: nel nostro modello, non ci sono uscite per interessi fino alla fine, qui ve ne sono annualmente. Quel modello (che è anche quello comunemente adottato) ci sembra comunque preferibile perché descrive l'operazione di prestito "in sé" anziché come parte di una più complessa, ottenuta affiancandogliene altre (nell'esempio, i nuovi debiti accessi al termine del primo e del secondo anno).

Non possiamo non rilevare il fatto che se si associa ad uno ZCB questo piano di ammortamento "alternativo", esso cessa di essere "zero coupon": chi ha concesso il prestito originario (e, forse, i due successivi) riscuote di fatto gli interessi ogni anno. Ma soprattutto, facciamo notare all'Autore che il prestito descritto dalla tabella 5 non si svolge affatto in interesse composto, non essendovi in esso traccia di interessi generati da interessi precedenti.

5. Qualche commento.

Riteniamo con ciò di aver risposto all'obiezione dell'Autore, che trova sostanzialmente illogico il rapporto scientifico Amases. Di assai minore importanza, ma pure necessaria, è qualche altra precisazione.

Egli trova *singolare che il rapporto ... sia dibattuto all'interno della stessa associazione*, nella quale, per ammissione dello stesso Presidente, esistono, sulla questione, *anche posizioni diverse* da quella rappresentata dal rapporto. Rapporto che, sia detto per inciso, non è stato *vagliato* dal comitato scientifico dell'Amases (come, nel contesto, dice l'Autore), ma è stato approvato all'unanimità da esso.

Chi scrive, è fermamente convinto che in matematica non si diano opinioni diverse, ma solo verità ed errori: questi ultimi, destinati prima o poi ad essere unanimemente riconosciuti come tali.

Il termine di *correnti* usato nell'articolo per designare chi, nell'Associazione, non condivide le conclusioni del Rapporto, gli pare dunque assai inappropriato, perché evoca divisioni di tipo ideologico, qui del tutto inesistenti.

Ma l'espressione è impropria anche per motivi brutalmente dimensionali: in uno specchio d'acqua, alcune gocce non si può dire formino una "corrente".

6. Inutilizzabilità dell'interesse semplice per valutazioni razionali.

Confiniamo nell'ultimo paragrafo un breve accenno ad una questione di notevole importanza concettuale, ma marginale rispetto allo scopo centrale di questo scritto.

Parte dell'articolo che commentiamo è dedicata al confronto tra due modalità alternative di impiego dell'interesse semplice ai fini della valutazione di un flusso monetario: quelle cosiddette "ad equivalenza iniziale" o "finale". Non ci addentriamo nella discussione, che riteniamo inutile: è infatti nostro convincimento che l'interesse semplice sia "costituzionalmente" inadatto a valutare razionalmente alcunché⁴.

Il più elementare problema di valutazione consiste nel chiedersi con quanto è scambiabile adesso una somma certa, disponibile in un tempo futuro ben determinato. Lo si risolve calcolandone, appunto, il "valor attuale": secondo una legge finanziaria

⁴ Abbiamo argomentato questo stesso fatto, in forma però del tutto diversa, in *Prestiti reali e loro modellizzazioni: a proposito di due articoli di C. Mari e G. Aretusi*, Il Risparmio, 2 (2023), pagg. 12-13.

soggettivamente scelta, con l'idea che quel valore, investito nell'impiego modellizzato da quella legge, è in grado di riprodurre quella somma.

Ci si chieda, allora, quanto "valgono" adesso 110 euro tra un anno, secondo l'interesse semplice al 10%.

La risposta più immediata è: 100 euro (ossia $110/1,1$), perché 100 euro investiti per un anno al 10% riproducono, appunto, quei 110.

Non vi è, peraltro, nessuna ragione finanziaria di vincolarsi ad un investimento di durata annuale. Se l'orizzonte è un anno, si possono progettare due operazioni semestrali consecutive: in questo modo, se si opera in interesse semplice, bastano 99,77 euro per ottenere i 110 finali. E se si programmano dodici investimenti mensili consecutivi, ne bastano 99,57.

Ma non vi è limite alle possibilità: si può pensare, ad esempio, ad un investimento di 15 giorni, seguito da uno di tre mesi e poi da un altro per i restanti otto mesi e mezzo; occorrono allora 100,20 euro.

E allora: quanto "valgono" adesso 110 euro tra un anno?

Si noti che se si valuta, come tutti fanno da sempre, in interesse composto, il problema non esiste: qualunque strategia d'investimento s'immagini, il valore di 110 tra un anno risulta sempre uguale a 100.

Se ci è permessa un'immagine colloquiale: usare l'interesse semplice per valutare un'operazione equivale ad impiegare, per misurare le lunghezze, un metro di gomma: si ottengono diversi risultati a seconda di come lo si utilizza, e dunque è inadatto allo scopo. Va, a questo punto, da sé, che non è pensabile di usare l'interesse semplice per confrontare razionalmente due operazioni, né per impiantare il piano di rimborso di un prestito a rate costanti (questo, è specificamente quanto discusso nell'articolo citato in nota 4).